압입 시험과 머신러닝을 통한 초탄성 소재 모델 계수 예측 기법 개발

Development of a Prediction Method for the Hyper-elastic Material Model Coefficient through the Indentation Test and Machine Learning

두 국 진[©], 김 진 현*[©]

(Kukjin Doo¹ and Jinhyun Kim^{1,*})

¹Department of Mechanical Engineering, Seoul National University of Science & Technology

Abstract: In this paper, a hyper-elastic model coefficients prediction algorithm is developed to simplify the experiment to derive the hyper-elastic model coefficients needed for nonlinear finite element analysis (FEA). In the simulations, the correlation between the hyper-elastic model coefficients and the selected measurement data is analyzed through the replicate simulation. A predictive flow graph using TensorFlow is obtained using the acquired data and machine learning techniques. Using these predictive flow graphs, the random hyper-elastic model coefficients are predicted. In addition, the model coefficients of real hyper-elastic materials are predicted using the developed algorithm. Although the accuracy of the prediction is decreased, the model coefficient prediction techniques using manipulator and machine learning algorithms show great potential. An improvement to the pressure test will be attempted in the future to increase the probability of the measuring field.

Keywords: Hyper-elastic model coefficient, Mooney-Rivlin model, machine learning, indentation test

I. 서론

다양한 재질로 구성된 복잡한 구조의 시스템을 구성하기 위해서는 시스템의 거동 분석 및 신뢰성 평가가 필수적이 다[1]. 최근에는 고무와 같은 비선형 특성을 가진 소재나 복합소재의 사용이 빈번해지면서 보다 정확한 분석을 위해 비선형 특성을 가진 소재에 대한 물성 평가의 필요성 또한 증가하고 있다[2].

시스템의 거동 분석 및 신뢰성 평가의 방법은 실험적 검 중 방법과 유한요소법 기반의 시뮬레이션 상에서의 검증 방법이 있다. 실험적 검증 방법의 경우 실제 환경에서의 검 증이므로 가장 실제와 가까운 결과를 얻을 수 있다는 장점 이 있다. 따라서 시스템의 거동 분석 및 신뢰성 평가를 위 해 다양한 실험적 검증 방법이 개발되고 있다[3]. 그러나 실험적 검증 방법은 모든 요소를 고려한 실험 환경 구축이 어렵고 구축하는데 상당한 비용과 시간이 소요된다. 또한 특정 센서를 이용하여 제한적인 데이터만을 계측할 수 있 어서, 전반적인 시스템 검증이 제한되고 예측 불가능한 외 란을 제거하기가 어려워 실험 오차가 발생한다.

실험 환경 구축의 어려움을 해소하고 평가에 걸리는 시 간을 절감하기 위하여 유한요소법을 기반의 구조해석 시뮬 레이션을 이용한 시스템의 거동 분석 및 검증 기법이 개발 되었다. 구조해석 시뮬레이션을 이용한 검증 방법은 불필요

한 외란을 명확하게 통제할 수 있고 다양한 종류의 데이터 를 시스템 전반에 걸쳐 계측할 수 있으며 데이터의 정성적, 정량적 분석이 매우 용이하다. 최근 들어 CPU 연산성능의 비약적인 발전에 따라 계산이 어려운 비선형 유한요소법을 이용한 구조해석 속도가 빨라지면서 비선형 특성을 가진 소 재가 포함된 시스템의 검증 또한 단시간에 가능해졌다[4]. 그 러나 유한요소법 기반의 구조해석 시뮬레이션을 이용한 검증 방법은 시뮬레이션 환경과 계산 기법의 신뢰성 검증이 필수 적이며 신뢰성을 향상하기 위해 부단한 노력이 필요하다[5]. 유한요소법 기반의 구조해석 시뮬레이션의 신뢰성을 증 가시키기 위해서는 시스템에서 포함되어있는 소재의 특성 을 가장 정확하게 표현하는 모델과 그에 따른 정확한 물성 계수를 알아야 한다. 응력-변형률 관계가 선형적인 소재의 경우 모델의 표현이 한정적이고 단순하다. 그러나 비선형적 인 소재 특히 초탄성(hyper-elastic) 특성을 가진 소재의 경 우 변형 정도에 따라 거동이 불규칙적이기에 해당 거동을 모두 표현하기 위해 매우 복잡한 수식과 많은 모델 계수를 사용한 모델을 사용한다. 따라서 비선형 소재의 유한요소법 기반의 구조해석은 상당한 해석 시간이 소요된다. 해석 시 간을 단축하기 위해 모델을 단순화시키며 동시에 해석의 정확도를 높이기 위한 다양한 해석 모델 연구가 진행되었 다[6]. 또한 특정 소재만의 해석 최적화를 위한 모델 개발

*Corresponding Author

Manuscript received July 13, 2020; revised September 15, 2020; accepted October 19, 2020 두국진: 서울과학기술대학교 기계공학과 대학원생(enrnrwls@gmail.com, ORCiD[®] 0000-0002-5158-2106) 김진현: 서울과학기술대학교 기계공학과 교수(jinhyun@seoultech.ac.kr, ORCiD[®] 0000-0003-1313-6938) ※ 본 논문은 산업통상자원부의 "로봇산업핵심기술개발사업(20001045)"에서 지원하여 연구하였음. 또한 많은 연구가 진행 중이다[7].

초탄성 특성을 가진 비선형 소재의 해석 모델(hyperelastic material model)의 경우 선형 해석 모델에 비교해 모 델 계수를 도출하는 것 또한 상당한 어려움이 있다. 기존의 초탄성 소재의 모델 계수 도출 방법은 3가지 이상의 정형 화된 시험을 시행한 후 각 시험의 하중-변위 곡선을 도출 하여 해당 곡선들의 상관관계(correlation)를 분석하고 이 데 이터를 선정한 해석 모델 수식에 정합(fitting)하여 해석 모 델 계수를 도출하는 방식이다[8]. 해당 방식은 시험을 추가 할수록 복잡한 거동을 표현하기 용이한 해석 모델의 계수 도출이 가능하다는 장점이 있다. 또한 오랜 연구를 통하여 높은 신뢰성을 보여준다. 그러나 시험기를 구성하는 데 많 은 어려움이 있으며 각 시험에 필요한 시편(specimen)을 동 일한 소재로 제작해야 한다는 단점이 존재한다. 본 도출 방 식에 사용되는 시험기와 시편은 그림 1과 같이 정리하였다. 기존 방식의 단점을 보완하기 위하여 3가지 이상의 시험 을 1가지의 압입 시험(indentation test)으로 통합하여 데이터





Equal biaxial tension test

equipment & specimen

Uniaxial tension test equipment & specimen



Planar tension test equipment & specimen

Volumetric compression test equipment & specimen

그림 1. 초탄성 소재의 해석 모델 계수 도출 시험기 및 시편.

Fig. 1. Hyper-elastic material coefficient test.



그림 2. 해석 모델 계수 도출을 위해 제작된 압입 시험 시스템. Fig. 2. Full indentation test system configuration.

를 취득한 후 단순화된 해석 모델 계수를 도출하는 시험 방법 또한 연구되었다. 해당 연구를 통해 1가지의 특정 압 입 시험을 통한 해석 모델 계수 도출의 가능성을 확인하였 다. 그러나 본 시험을 위한 시험기 제작과 시편 제작의 불 편함은 개선되지 못했다[9]. 해당 연구에서 사용한 압입 시 험기는 그림 2에서 확인할 수 있다.

실험적 방법 이외에도 거동 특성을 이론적으로 분석하여 해석 모델 계수를 수식적으로 도출하는 연구 또한 진행되 었다[10]. 그러나 해당 연구는 전단(shear) 거동에 관한 해석 모델 계수의 도출은 가능하였으나 압축성(compressibility) 거동에 관한 해석 모델 계수의 도출은 불가능하였다.

본 연구는 기존의 초탄성 소재의 해석 모델 계수 도출 기법의 단점을 극복하기 위하여 매니퓰레이터를 이용한 압 입시험과 머신러닝을 활용한 전단과 압축에 관한 해석 모 델 계수 도출 알고리즘을 개발하였다. 우선 유한요소법 기 반의 구조해석 시뮬레이션에서 쉽게 도출할 수 있음과 동 시에 실제 환경에서도 계측이 용이한 계측 데이터를 선정 하였다. 또한 해당 데이터의 계측을 위해 힘토크 센서(F/T 센서)와 카메라를 이용하여 시험 중 데이터를 취득하였다. 유한요소법 기반의 구조해석 시뮬레이션을 이용하여 실제 시험환경과 동일한 조건의 시뮬레이션을 반복 진행하여 해 석 모델 계수의 변화에 대한 계측 데이터를 축적하였다. 축 적한 데이터의 상관관계를 다층퍼셉트론(multi laver perceptron)을 이용한 머신러닝 기법을 활용하여 다변량 비선형 회귀분석(multi-variable nonlinear regression analysis)[11,12]을 진행하였고 시뮬레이션 상에서 취득한 임의의 계측 데이터 를 대입 시 그에 상응하는 해석 모델 계수를 도출함으로써 1차적으로 알고리즘의 신뢰성을 검증하였다. 마지막으로 실 제 시험 장치를 개발하여 시험을 진행하였고 취득한 데이 터를 알고리즘에 적용하여 최종적으로 신뢰성을 검증하였다.

II. 해석 모델 선정 및 회귀분석을 위한 변수 선정

1. 초탄성 소재 해석 모델 선정

초탄성 소재의 해석 모델은 변형률 에너지 밀도(strain energy density)를 변형 구배 텐서(deformation gradient tensor) 를 통해 나타낸 스칼라 값 함수로 표현된다. 변형 구배 텐 서의 경우 식 (1)과 같이 모델의 형태에 따라 주 신장률 (principal stretch) 또는 변형 텐서의 불변량(invariant)으로 표 현이 가능하다. 식 (1)은 등방성재료(isotropic material)에서 의 변형률 에너지 밀도 함수이다[13]. 단순한 시험에도 모 델 도출이 가능하고 회귀분석을 위한 변수설정에 용이한 해석 모델을 선정하기 위해 기존에 사용되는 모델의 특성 분석을 진행하였다.

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = W(I_1, I_2, I_3)$$

= $\overline{W}(\overline{I_1}, \overline{I_2}, J) = U(I_1^c, I_2^c, I_3^c)$ (1)

W : strain energy density

 λ_{1-3} : principal stretches ratio

 I_{1-3} : invariant of left Cauchy-Green deformation tensor I^{C}_{1-3} : invariant of right Cauchy-Green deformation tensor J: volumetric ratio

표	1.	도출 방식에 따른 초탄성체 모델 분류.	

Table 1. Classification of hyper-elastic material model [14].

phenomenological model	mechanistic model	hybrid model
 Polynomial model 	 Arruda-Boyce 	• Gent model
 Mooney-Rivlin model 	model	• Van der Waals
 Yeoh model 	 Neo-Hookean 	model
• Ogden model	model	
Saint Venant-Kirchhoff		
model		
 Marlow model 		
• Fung model		

변형률 에너지 밀도 함수로 표현되는 초탄성체 모델의 종류는 매우 다양하다. 취득한 데이터 기반의 현상학적 도 출 모델과 재료의 본 구조를 기반으로 도출한 기계론적 모 델 그리고 두 가지 특성을 모두 합친 모델로 분류할 수 있 다. 표 1에서 3가지 특성으로 분류된 해석 모델을 확인할 수 있다.

분류한 모델 중 일부를 발췌하여 특성을 파악하였다. 오 그덴 모델(Ogden model)의 경우 주 신장률을 변수로 사용 한다. 또한 차수에 따라 모델 계수의 개수가 달라지며 N=1 인 경우 최소 3개의 모델 계수를 가진다. 모델 계수가 분모 와 지수의 위치에 있어 비선형적 모델 특성을 가지므로 비 선형 거동을 보이는 초탄성체 모델의 동적 거동을 보다 정 확하게 표현한다. 최대 700%의 신장률에서도 동적 거동의 신뢰성을 보인다. 그러나 표현에 필요한 모델 계수의 개수 가 많으며 정확한 모델을 얻기 위해서는 최소 3개 이상의 물성 도출시험을 진행해야 하는 단점이 있다. 식 (2)는 오 그덴 모델의 변형률 에너지 밀도 함수이다[15].

$$W = \sum_{i=1}^{N} \frac{2\mu_i}{\alpha_i} \left(\overline{\lambda_1}^{\alpha_i} + \overline{\lambda_2}^{\alpha_i} + \overline{\lambda_3}^{\alpha_i} - 3 \right) + \sum_{i=1}^{N} D_i (J_{el} - 1)^{2i}$$

$$(2)$$

 $\overline{\lambda_{1-3}}^{\alpha_i}$: deviatoric principal stretch

 $\mu_i,\,\alpha_i$: model coefficient(temperature dependent material properties)

 D_i : volumetric term coefficient

 J_{el} : elastic volume ratio

폴리노미어 모델(Polynomial model, Generalized Rivlin model) 은 왼쪽 코시-그린 변형 텐서의 1차, 2차 불변량을 변수로 사용하는 해석 모델이다. 해당 모델은 모델의 차수를 늘릴 수 있으며 이를 통해 다양한 모델이 개발되었다[16]. 식 (3) 은 가장 기본적인 폴리노미어 모델이며 압축성을 추가하기 위해서는 식 (4)와 같이 압축성 계수를 추가하여야 한다.

$$W = \sum_{i,j=o}^{N} C_{ij} (\overline{I_1} - 3)^i (\overline{I_2} - 3)^j$$
(3)

$$W = \sum_{i,j=0}^{n} C_{ij} (\overline{I_1} - 3)^i (\overline{I_2} - 3)^j + \sum_{k=1}^{m} D_k (J - 1)^{2k}$$
(4)

폴리노미어 모델은 주 신장률이 아닌 불변량을 이용하여 신뢰성 있는 거동 특성 표현이 가능하지만, 오그덴 모델과 마찬가지로 그대로 사용하기에는 사용해야 하는 모델 계수 가 너무 많다는 단점이 있어, 모델 차수와 C 계수의 관계 를 단순화하여 보다 단순화된 모델로 활용하고 있다.

무니리블린 모델(Mooney-Rivlin model)은 폴리노미어 모 델을 단순화시킨 모델이다[13]. 식 (4)에서 $n=1, C_{01} = C_2$ $C_{11} = 0, C_{10} = C_1, m=1로 설정하면 식 (5)와 같은 압축$ $성 거동을 표현할 수 있는 단순한 수식이 된다. 여기서 <math>D_1$ 을 0으로 설정하면 비압축성 모델에도 사용할 수 있다.

$$W = C_{10}(\overline{I_1} - 3) + C_{01}(\overline{I_2} - 3) + D_1(J - 1)^2$$
 (5)

무니리블린 모델은 단순한 물성 도출 시험 데이터로도 비압축성 모델 계수 예측이 가능하며 신장률 150%까지는 매우 정확한 동적 특성을 보이며 250%까지도 비슷한 경향 을 보인다. 또한 해석 모델이 1, 2차 왼쪽 코시-그린 변형 텐서의 불변량을 통해 선형적으로 표현되어있기 때문에 해 석 시간이 상대적으로 빠르다. 또한 압축성 특성을 가진 재 질 해석의 경우 모델 계수가 3개이므로 동적 거동 예측 정 확도 또한 높다.

네오후킨 모델(Neo-hookean model) 또한 폴리노미어 모델 을 단순화시킨 모델이다. 식 (3)에서 n=1, $C_{01} = C_{11} = 0$ 로 설정하면 식 (6)과 같은 비압축성 거동 표현이 가능한 모델을 도출할 수 있다. 압축성 거동 표현이 가능한 모델은 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$W = C_1(\overline{I_1} - 3) \tag{6}$$

$$W = C_1(\overline{I_1} - 3 - 2\ln J) + D_1(J - 1)^2 \tag{7}$$

네오후킨 모델의 경우 모델 계수가 1개인 단순한 1차 식 으로 매우 단순하여 해석 속도가 빠르다. 그러나 20% 미만의 신장률에서만 정확한 거동을 나타내며 이방성(biaxial states) 상태의 응력에서는 부적합하다.

4가지 초탄성체 해석 모델에 대한 특성을 파악하였으며 표 2에 정리하였다. 본 연구에서는 단일 시험을 통하여 시 험 데이터를 도출해야 하고 산업현장에 적용하기 위해 보 다 넓은 범위의 신장률에서도 신뢰성을 유지해야 한다. 또 한 반복 해석의 효율성을 높이기 위해서는 빠른 해석 속도 가 요구된다. 결과적으로 3개의 모델 계수로 표현한 선형 모델이기 때문에 해석 속도가 상대적으로 빠르며 단일 시 험 데이터만으로도 신뢰성 있는 거동 특성 도출이 가능하 며 변형률 150%까지의 구간에서 높은 정확도를 보이는 무 니리블린 모델을 본 연구의 초탄성체 모델로 선정하였다.

표 2. 초탄성채 모델 특성.

Table 2. hyper-elastic material model comparison.

	Ogden	Polynomial	Mooney-Rivlin	Neo-Hookean
변수	3개	2개	2개	1개
계수	3 ~ 18개	3 ~ 18개	37}	2개
변형률	~ 700%	-	~ 250%	~ 20%

2. 압입시험 및 시뮬레이션 환경 구축

머신러닝에 사용할 학습 데이터 구축을 위해 실제 매니퓰 레이터를 이용한 압입 시험과 동일한 시험을 시뮬레이션 환 경에 구축하였다. 실제 압입 시험에서는 그림 3과 같이 매니 퓰레이터의 끝단에 F/T 센서와 반구형 압입자(indentor)를 장 착하고 압입 시 압입자 끝단에서의 반력을 F/T 센서에 정확하 게 전달하기 위해 고정 지그를 장착하였다. 압입자는 지름 10 mm의 반구형 형상의 압입자이며 길이는 40 mm이다. 실제 압 입 시험에서는 압입 시 발생하는 반력이 압입자와 F/T 센서가 접하는 지점 즉 압입자의 상단에서 계측되므로 시뮬레이션 환경에서도 압입자의 상단 중앙지점(reference point)에서 반력 데이터를 도출하였다. 시편의 형상은 그림 3의 시뮬레이션과 같이 지름 30 mm, 높이 30 mm의 원통형 형상으로 설계하였다. 또한 시뮬레이션의 단순화를 위해 고정 지그를 구현하는 대 신 압입자 형상의 상단 중앙지점에 X, Z 방향을 고정하고 Y 방향만 움직이게 하는 경계 조건을 부여하였다. 압입 시험은 매니퓰레이터를 이용하여 시편의 상단 정중앙에 압입자를 수직 으로 세우고 10 mm/s의 속력으로 시편을 누르는 시험을 진행 하였고 시뮬레이션 또한 동일하게 진행하였다. 시뮬레이션 프 로그램은 Dassault Systems사의 Abaqus/CAE 6.13-4를 사용하 였고 시뮬레이션 환경 구성 요소는 표 3에 정리하였다.





Fig. 3. Full model indentation equipment & simulation model data.

표 3. 시뮬레이션 환경 구성 요소.

model	Specimen	deformable solid		
type	Indentor	discrete rigid shell		
	material behavior	hyperelastic		
matarial	material type	isotropic		
property	hyperelastic material model	Mooney-Rivlin model		
	section type	solid, homogeneous		
	type	static, general		
step	solution technique	full Newton		
	Nigeom	on		
	type	surface-to-surface(standard)		
interestion		tangential behavior / panalty		
Interaction	contact interaction	friction coefficient : 1.05		
	property	normal behavior / hard contact		

Table 3. Simulation environment components.

3. 회귀분석을 위한 설명변수 및 반응변수 선정

본 연구의 목적은 계측 데이터를 이용하여 선정한 초탄 성체 해석 모델인 무니리블린 모델의 계수를 도출하는 것 이다. 그러므로 본 연구에서의 반응변수는 무니리블린 모델 에서 전단과 관련된 거동을 나타내는 C₁₀, C₀₁과 압축성과 관련된 D₁ 총 3개의 계수이다.

3.1. 반응변수 간 상관관계 분석 및 반응변수 범위 설정 C₀₁과 C₁₀을 독립적으로 표현하는 이론적인 수식은 밝혀지 지 않아 보통 경험에 의존하는 경우가 많다. 그러나 큰 변형 이 아니라는 조건으로 C₁₀, C₀₁계수의 합(C^{*})과 탄성계수와의 관계로 표현할 수 있다. C^{*}과 전단 탄성 계수, 횡탄성 계수와 의 관계는 포아송 비를 이용하여 식 (8)과 같이 표현할 수 있으며 이를 통해 식 (9)와 같은 관계식을 도출하였다[17].

$$G = 2C^* = \frac{E}{2(1+\nu)}$$
(8)

$$C^{*} = \frac{E}{4(1+\nu)}$$
(9)

D₁ 계수는 식 (10)과 같이 체적 탄성 계수로 표현할 수 있다. 체적 탄성 계수는 식 (11)과 같이 횡탄성 계수와 포 아송 비로 표현할 수 있으며 최종적으로 식 (12)와 같은 관 계식을 도출하였다. 식 (9)와 식 (12)를 통해 식 (13)과 같이 반응변수 간의 상관관계를 포아송 비를 이용하여 표현하였다.

$$k = \frac{E}{3(1-2\nu)} \tag{10}$$

$$D_1 = \frac{2}{k} \tag{11}$$

$$D_1 = \frac{6(1-2\nu)}{E}$$
(12)

$$D_1 = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} C^{*^{-1}}$$
(13)

초탄성체의 횡탄성 계수는 물성 시험을 통해 도출해야 한다. 그러나 Lindemann 식을 이용하면 실리콘 또는 고무 재료의 Shore-A 경도 값으로 횡탄성 계수 값을 계산할 수 있다[18]. 식 (14)는 Lindemann 식을 보여주고 있다.

$$E[\psi] = 11.427A - 0.4445A^2 + 0.0071A^3 \tag{14}$$

현재 산업에서 사용하는 고무 재질의 Shore-A 경도 값은 10-80이다. 해당 데이터를 참고하여 횡탄성 계수를 도출하였고 고무의 이론적 특성인 비압축성을 고려하여 포아송비를 0.48-0.499로 설정하였다. 이를 통해 C*계수의 범위를 설정하였으며 식 (13)을 통해 D₁계수를 도출하였다. 최종적으로 C*계수의 범위를 0.1-2.0으로 설정하였고 C₁₀과 C₀₁ 값의 범위는 그 반인 0.05-1.0으로 설정하였다. D₁계수는 C계수의 크기와 포아송 비를 통해 수동적으로 도출하였다.

3.2. 설명변수 선정

본 연구의 설명변수는 반응변수인 모델 계수의 변화에 따라 반응하여야 하며 매니퓰레이터를 이용한 단순 압입 시험에서 계측이 가능한 데이터여야 한다. 또한 시뮬레이션 에서도 계측이 용이해야 한다. 매니퓰레이터를 이용한 압입 시험에서 계측 가능한 데이 터는 F/T 센서에서 계측되는 반력 데이터 그리고 매니퓰레 이터의 엔코더에서 계측되는 압입자의 이동 변위가 있다. 해당 데이터를 통해 하중-변위 그래프 도출이 가능하다.

변형률 에너지 밀도 함수와 주 신장(principal stretches)을 통해 진 응력(true stress)의 차이를 표현할 수 있다. 해당 표 현을 식 (15)와 같이 단순화하여 표현할 수 있다. 즉 초탄 성체 모델 계수는 해당 재질의 응력-변형률 그래프에 매우 큰 영향을 미친다는 것을 알 수 있다. 본 연구에서는 응력-변형률 관계와 유사한 물리량인 하중-변위 그래프 데이터 를 가공하여 압입자와 시편이 접촉하였을 때의 하중-변위 그래프의 미분 값과 압입이 완료된 시점의 하중-변위 그래 프의 미분 값, 마지막으로 계측한 하중-변의 그래프의 적분 값을 설명변수로 선정하였다. 설정한 설명변수는 초탄성체 모델 계수 변화에 따른 하중-변위 그래프의 변화 경향성을 비교하기 위한 상수이기 때문에 물리적인 단위로 표현할 수 없다.

$$T^{*} = 2C_{10} + 2C_{01}\beta$$
(15)
$$T^{*} = \frac{T^{eng}}{\alpha - \alpha^{-2}}; \quad \beta = \frac{1}{\alpha}; \quad \alpha = \frac{1}{\lambda}$$

 T^{eng} : engineering stress

 λ : principal stretches

3.3. 선정한 설명변수의 타당성 검증

선정한 설명변수의 타당성을 검증하기 위해 설명변수로 사용하는 3가지의 데이터와 모델 계수와의 경향성을 분석하 였다. 검증에 사용한 데이터는 시뮬레이션 환경에서 수집한 데이터를 사용하였다. 설명변수의 범위는 C₁₀ 변수 값을 0.05 로 고정하고 C₀₁ 변수 값을 0.05부터 1.0까지 0.05 간격으로 증가시키고 D₁ 변수 값은 0.48로 고정하였다. 절대적인 값의 크기 차이가 나기 때문에 추세선의 기울기가 다소 차이가 있지만, 전체적으로 선형적인 경향성을 보였다. 그림 4는 각 3가지 설명변수와 C^{*}계수와의 경향성을 보여준다.

그림 5는 C₁₀, C₀₁의 대소 관계에 대한 하중-변위 그래프 의 경향성을 보여주고 있다. C₀₁>C₁₀인 경우에 C₀₁<C₁₀인 경 우보다 하중-변위 그래프가 더 가파른 경향을 보였다. 그리 고 대소 관계의 차이가 크다는 것은 C^{*}의 크기가 작아지기 때문이며 전자의 하중-변위 그래프보다 상대적으로 완만한 그래프를 나타냈다. 좌측의 그래프 데이터는 포아송 비를 0.48로 고정한 경우이며 우측의 그래프 데이터는 포아송 비 를 0.499로 고정한 경우이다. 미소하지만 포아송 비가 상대 적으로 큰 모델 계수의 하중-변위 그래프가 더 가파른 것 을 확인할 수 있다.

그림 6은 C₁₀, C₀₁을 0.05로 고정하고 포아송 비를 0.02 간격으로 증가시켜가며 D₁ 계수 값을 도출하여 해당 모델 계수에 따른 하중-변위 그래프를 보여준다. 포아송 비의 증 가에 따라 D₁ 값은 감소하였다. 하중-변위 그래프는 D₁ 값 이 감소함에 따라 매우 미소하게 증가하였다. C₁₀, C₀₁ 값의 변화에 따른 하중-변위 그래프의 변화 경향과 비교해 매우 미소한 변화를 보였지만, 선형적으로 증가하는 경향을 보였다.



그림 4. 설명변수와 C^{*}계수와의 경향성.

Fig. 4. graph tendency of explanatory variable and C*





선정한 3가지의 설명변수와 반응변수인 무니리블린 모델 계수 간의 상관관계를 분석한 결과 반응변수에 따른 설명 변수의 변화가 선형적임을 알 수 있었다. 결과적으로 해당 설명변수와 반응변수는 다변량 비선형회귀분석에 적합한 변수임을 알 수 있었다.



그림 6. D₁에 대한 하중-변위 그래프 경향성. Fig. 6. graph tendency of D₁.

Ⅲ. 머신러닝을 이용한 초탄성체 모델 계수 예측 및 검증

1. 머신러닝 알고리즘 구축 및 데이터 수집

본 연구에서 선정한 3개의 입력 데이터를 이용하여 무니 리블린 모델 계수를 예측하기 위해 다변량 비선형 회귀 분 석법을 사용하였다. 다변량 비선형 회귀 분석법은 회귀 분 석법의 한 종류로 2개 이상의 설명변수와 2개 이상의 반응 변수와의 비선형적 상관관계를 분석하여 반응변수를 예측 하는 방법이다. 다변량 비선형 회귀분석 상관관계 그래프를 수식적으로 도출하기에는 매우 복잡한 수학적 기법을 사용 해야 하므로 다층퍼셉트론을 이용한 머신러닝 기법을 활용 하여 상관관계 그래프를 도출하였다. 다층퍼셉트론이란 여 러 개의 입력값을 하나의 통합된 입력값으로 정리한 후, 해 당 값이 특정 임곗값을 넘어가게 되면 단일 출력값으로 도 출하는 수식인 퍼셉트론(Perceptron)을 뇌세포망 구조와 같 이 여러 개로 묶어 구축한 수학적 신경망이다. 다층퍼셉트 론은 다변량 비선형 회귀 분석이나 분류(Classification)와 같 이 예측이 어려운 값을 머신러닝을 통해 도출하기 위해 주 로 사용하는 인공신경망구조이다.

구축한 다층퍼셉트론의 은닉층(Hidden layer) (10,3)의 크 기를 가지며 예측 효율 향상을 위해 은닉층에 시그모이드 함수(Sigmoid function)를 사용하였다. 또한 본 연구에서는 연속적인 상관관계를 도출하는 것이 목적이기 때문에, 출력 층(Output layer)에서는 다시 선형함수로 변환하여 반응변수 를 출력하였다. 개발환경은 표 4에 나타내었다.

표 4. 머신러닝개발환경.

Tab	le	4.	machine	learning	devel	lop	environment.
-----	----	----	---------	----------	-------	-----	--------------

치도에서	СРU: i7-8750Н		
아드웨어	GPU: GTX-1070		
언어	python 3.6.9		
게바하겨	tensorflow 1.15.0rc3		
/11일원/8	jupyter notebook		
	initializer = xavier_initializer		
알고리즘	linear regression, sigmoid function		
	optimizer = Adam		

텐서플로우 그래프 구축을 위해 설정한 모델 계수 범위 내에서 총 440개의 트레이닝 데이터를 수집하였다. 또한 트 레이닝 데이터에 포함되지 않는 24개의 데이터를 추가로 수집하여 테스트 데이터로 사용하였다. 트레이닝 데이터 수 집의 효율성을 높이기 위해 시편의 요소를 기존의 3D deformable solid 타입이 아닌 axisymmetric deformable shell 타입 으로 변경하였다. 요소를 축 대칭 쉘로 변경하면서 기존 full model보다 1/50배의 요소 개수로 해석 진행이 가능하므 로 해석 시간을 1265.2배까지 단축할 수 있었다. 수집한 설 명변수 데이터의 오차는 full model 기준으로 1% 대로 해석 되었다. 다량의 구조해석을 보다 효율적으로 진행하기 위해 bat 파일을 생성하여 4400개의 inp 파일을 자동으로 반복 해석하고 Matlab과 Abaqus python script를 이용하여 설명변 수 데이터를 자동으로 가공하는 구조해석 자동화 프로세스 를 구축하였다.

개발한 알고리즘을 통한 초탄성체 모델 계수 예측 결과
 2.1. 시뮬레이션 기반 테스트 데이터를 통한 검증

반복 해석을 통해 무니리블린 모델 계수 값에 대한 3개 의 계측값을 수집하였다. 수집한 4400개의 데이터를 트레이 닝 데이터로 사용하여 1차 트레이닝을 진행하였다.

학습 비율(Learning rate)는 0.001로 설정하였으며 총 150001 step으로 학습을 진행하였다. 학습 중 cost가 0.05565 에서 더 이상 감소하지 않았고 학습을 중단하였다. cost가 감소하지 않은 원인을 분석한 결과 반응변수와 설명변수 간의 차이가 최대 3000배 이상으로 나기 때문에 회귀를 통 한 예측에 악영향이 끼친 것으로 판단되었다.

설명변수와 반응변수 간의 상관관계가 원활한지 확인하 기 위해 설명변수와 반응변수 데이터를 이용하여 산점 데 이터 보간법(interpolate 3D scattered)을 통해 3차원 곡면을 표현하였다. 그림 7-8은 반응변수인 D₁, C₁₀, C₀₁ 값과 설명 변수 중 하나인 적분 값에 대한 산점 데이터 보간을 진행 한 그래프이다. 표현한 평면그래프는 전반적으로 매끄럽지 않고 잡음이 많이 섞여 있는 것을 볼 수 있었다. 잡음이 많 이 보인다는 것은 산점 보간 시에 데이터 간 충돌이 잦았 다는 것을 보여준다. 이를 통해 수집한 설명변수 데이터는 개발한 회귀분석 알고리즘에는 적합하지 않다고 판단하였다.

크기 차이를 줄이기 위해 설명변수의 데이터 정규화 (normalization)를 진행하였다. 정규화란 특정 범위를 가지는 데이터를 임의의 범위를 가지는 데이터로 변환하는 것을



그림 7. 1차트레이닝 데이터의 산점 데이터 보간 평면 곡선(D₁). Fig. 7. interpolate 3D scattered curve of 1st training data (D₁).



그림 8. 1차 트레이닝 데이터의 산점 데이터 보간 평면 곡선 (C₁₀, C₀₁).



말한다. 기존 데이터의 최소 값을 0으로 변환하고 최대 값 을 1로 변환 후 그 범위에 맞게 사이의 데이터들을 변환하 였다. 정규화된 데이터를 산점 데이터 보간법을 통해 그림 9-10와 같이 표현한 결과 전반적으로 분포되어있던 잡음이 대부분 사라진 것을 볼 수 있다. 정규화된 트레이닝 데이터 를 사용하여 2차 트레이닝을 진행하였고 표 5와 같은 cost 값을 가지는 플로우 그래프를 도출하였다.

1차 트레이닝 결과보다 cost 값이 20배 이상 개선되었고 모델 계수 예측 정확도는 C 계수의 경우 약 2%로 매우 높 은 정확성을 보여주었다. 그러나 D 계수의 경우 미흡한 정 확성을 보여주었다. 하중-변위 데이터로는 포아송 비와 연 관된 압축성 계수의 상관관계 도출이 어렵기 때문에 표 5 와 같은 결과가 나왔다고 판단하였다.

추가적으로 포아송 비와 관련 있는 새로운 설명변수를 추가하여 D 계수의 예측 정확도를 향상시켰다. 새로운 설명



그림 9. 2차 트레이닝 데이터의 산점 데이터 보간 평면 곡선(D₁). Fig. 9. interpolate 3D scattered curve of 2nd training data (D₁).



그림10. 2차 트레이닝 데이터의 산점 데이터 보간 평면 곡선 (C₁₀, C₀₁).

Fig. 10. interpolate 3D scattered curve of 2nd training data (C_{10}, C_{01}) .

표 5. 2차 트레이닝에 의해 도출된 플로우 그래프 테스트 오차. Table 5. 2nd training and test result [%].

cost : 0.00019218243								
C ₁₀	C ₀₁	D_1						
2.149010983	2.726511758	141.4211232						



그림 11. D계수 예측 정확도 향상을 위한 새로운 설명변수(L). Fig. 11. new explanatory variables data to improve accuracy of D.

표 6. 3차 트레이닝에 의해 도출된 플로우 그래프 테스트 오차. Table 6. 3rd training and test result [%].

cost : 0.000015115982								
C ₁₀ C ₀₁ D ₁								
0.758617357	1.670153302	7.262051574						

변수는 그림 11과 압입 시 시편의 형상이 압입방향의 수평방 향으로 변할 때 압입방향의 수직방향으로 변하는 양의 비와 연관 있는 변수로 식 (16)과 같이 포아송 비와 비슷한 꼴을 보인다. 즉 해당 설명변수는 포아송 비와 연관이 있으며 D 계수의 상관관계가 있다고 판단하였다. 시뮬레이션 상에서 시편 측면 중앙부의 노드에서 설명변수 데이터를 취득하였다.

$$\nu^{*} = \frac{l_{1}^{v} - l_{0}^{v}}{l_{0}^{v}} / \frac{l_{1}^{h} - l_{0}^{h}}{l_{0}^{h}}$$
(16)

$$L = (l_0^h - l_1^h)/2$$

총 4개의 설명변수 데이터를 수집하였고 정규화를 진행 하였다. 가공한 설명변수를 이용하여 3차 학습을 진행하였 고 학습된 플로우 그래프의 모델 계수 예측 정확도는 표 6 과 같이 C 계수는 약 1%, D 계수는 약 7%의 오차율로 매 우 높은 예측 정확도를 보여주었다.

2.2. 실제 압입 시험 테스트 데이터를 통한 검증

실제 단순 압입 시험에서 L 변수를 계측하기 위해 카메 라를 이용하여 L 변수 위치의 변위 데이터를 취득하였다. 그림 12은 실제 매니퓰레이터를 이용한 압입 시험 과정 및 시편을 보여준다. 시험에 사용한 매니퓰레이터는 7자유도 매니퓰레이터로 산업현장 등 다양한 환경에서 사용되는 매 니퓰레이터이다. 시편은 dragon skin 30이라는 실리콘 재질을 사용하였다. dragon skin 30의 무니리블린 모델 계수를 도출 하기 위해 기존 방법의 하나인 단순 인장시험을 진행하여 모델 계수의 기준치를 도출하였다.



그림 12. 실제 압입 시험 과정 및 시편. Fig. 12. indentation test equipment & dragon skin specimen.



mullins effect from specimen

acquired load-displacement curve

그림 13. dragon skin 30 시편의 하중-변위 그래프.

Fig. 13. load-displacement curve from dragon skin 30 specimen.

표 7. 실제 압입시험을 통해 얻은 모델 계수 예측 정확도. Table 7. test result of experiment data[%].

C ₁₀ error	C ₀₁ error	D ₁ error		
62.71226%	109.3001%	176.2874%		

압입 시험 진행 결과 그림 13와 같이 하중-변위 그래프 를 계측하였으며 L 변수 데이터 또한 영상 후처리를 통해 계측하였다.

계측한 하중-변위 그래프를 기반으로 3개의 설명변수를 도출하였고 총 4개의 설명변수를 테스트 데이터로 사용하 여 개발한 모델 계수 도출 알고리즘을 표 7과 같이 예측 정확도를 도출하여 검증하였다.

실제 실험을 통해 얻은 데이터의 예측 정확도가 상대적 으로 낮게 나온 이유는 먼저 부정확한 설명변수 계측에 있 다고 판단하였다. 사용한 매니퓰레이터의 제조사 제공 사양 반복 오차가 0.1mm로 매우 작은 편이긴 하지만 바닥 고정 이 완벽하지 않았을 때 압입 위치나 압입 깊이에 대한 오 차는 이보다 큰 것으로 관찰되었다. 또한 시험에 사용한 F/T 센서도 측정오차가 0.01N이므로 상대적으로 작은 측정 오차를 가지고 있지만, 노이즈 제거를 위해 필터를 사용해 야 하므로 이에 대한 오차는 다소 증가하는 것을 확인하였 다. 이와 더불어 시편 재질의 물성 불균형도 영향을 미쳤을 것으로 판단된다. 시편으로 사용한 Dragon skin 30이라는 재질은 실리콘의 한 종류이며 주제와 경화제를 일정 비율 로 혼합하여 경화하는 방식으로 시편을 제작한다. 이 과정 에서 시뮬레이션에 사용할 Dragon skin 30 무니리블린 모델 계수 도출을 위한 단순 인장 시험용 시편 제작에서의 주제 와 경화제의 비율과 본 연구에서 사용한 시편 제작에서의 비율이 다를 경우 물성에 큰 영향을 줄 수 있다. 따라서 계 측값이 전체적으로 누적된 오차를 보인 것으로 판단되며, 결과적으로 작은 L 변수에도 큰 값의 차이를 보이는 무니 리블린 모델 계수 또한 큰 오차를 보여주었다. 표 8을 통해 동일한 모델 계수에서 시뮬레이션과 실제 압입 시험의 설 명변수 데이터 차이가 크다는 것을 알 수 있다.

실험적인 계측 방법에서도 충분한 실험 데이터를 축적하 여 시뮬레이션과 동일하게 트레이닝을 하였다면 오차는 작 아질 것으로 판단된다. 현재 시점에서 비용과 시간의 한계 표 8. 실제 압입시험과 시뮬레이션 상의 설명변수 데이터 비교.

Table	8.	Com	parison	of s	imula	tion	data	&	exi	perime	ental	data

	simulation	experiment	error[%]
C ₁₀	0.5	0.5	0
C ₀₁	0.6	0.6	0
D_1	0.036855	0.036855	0
L[mm]	1.27011	1.63655	28.85104
압입 직전 미분 값	24.53853393	3.6954477	84.94023
압입 후 미분 값	125.6874209	8.2178531	93.46167
적분 값	3051.973247	291.22224	90.4579

상 추가적으로 실험 진행이 어렵지만, 제안된 방법으로 초 탄성체의 물성치를 추정할 수 있는 방법에 대한 검증을 시 뮬레이션으로 충분히 수행하였다는 점에서 의의가 있다.

IV. 결론

본 연구는 초탄성체 모델 계수 도출을 위한 프로세스를 단순화하기 위하여 매니퓰레이터를 이용한 단순 압입 시험 기법을 개발하였으며 머신러닝을 이용한 다변량 비선형회 귀분석을 통해 무니리블린 모델 계수 예측 알고리즘을 개 발하였다. 모델 계수 예측 알고리즘 개발을 위해 가장 적합 한 구조해석 모델을 선정하였으며, 단순 압입 시험을 통해 계측할 수 있고 시뮬레이션 상에서도 계측이 용이한 데이 터를 회귀분석 알고리즘의 설명변수로 설정하여 알고리즘 을 구축하였다. 또한 다량의 트레이닝 데이터 수집을 위해 구조해석 자동화 프로세스를 구축하여 4400개의 트레이닝 데이터를 수집하였다. 마지막으로 개발한 프로세스의 검증 을 위하여 시뮬레이션 기반의 검증과 실제 시험을 통한 검 증을 진행하였다.

검증 결과 시뮬레이션 상에서의 예측 결과는 오차율 약 1% 정도로 매우 높은 예측 정확도를 보여주었다. 물성 계 수 도출 시험 단순화를 위한 기존 연구에서 보인 6~65% 정도의 예측 오차율과 비교해본다면 상당히 정확도가 높다 는 것을 알 수 있다[9]. 결과적으로 본 연구에서 개발한 도 출 프로세스로 초탄성체의 무니리블린 물성 계수 도출이 가능하다는 것을 알 수 있었다.

그러나 실제 실험에서는 상대적으로 큰 예측 오차를 보 여주었다. 실험 환경에서의 계측 오차와 시편으로 사용한 Dragon skin 30의 제조 과정에서 주제와 경화제의 비율이 시뮬레이션에 사용한 모델 계수를 도출하기 위한 단순 인 장 시험에서 사용한 시편과 달랐기 때문에 실질적인 물성 오차가 발생한 것으로 보인다.

추후 물성 오차를 줄이기 위해서 보다 신뢰성이 높은 초 탄성체 재질로 시편을 제작하고, 외부의 요인을 제거하여 계측값이 일정하도록 실험 장치를 구성해야 할 것으로 보 인다. 이를 통해 추후 시편을 따로 제작하지 않고도 직접적 으로 산업현장에서 사용하는 초탄성체 재질의 물품의 물성 계수 도출이 가능할 것으로 판단된다.

REFERENCES

- J. Nam, J. Hawong, D.-C. Shin, and B. Mose, "A study on the behaviors and stresses of O-ring under uniform squeeze rates and internal pressure by transparent type photoelastic experiment," *Journal of Mechanical Science and Technolo*gy, vol. 25, no. 9, pp. 2427-2438, Sep. 2011.
- [2] J.-G. Kim, K.-B. Kim, and S.-Y. Noh, "A study on the plastic deformation absorption characteristics of alumin um-polyethylene composite structure sprinkler pipe," *Journal* of the Korea Academia-Industrial cooperation Society (in Korean), vol. 20, no. 1, pp. 426-433, Jan. 2019.
- [3] G.-C. Lee and Y.-B. Lee, "A study of life characteristics of butterfly valve seated rubber by accelerated life test," *The KSFM Journal of Fluid Machinery (in Korean)*, vol. 16, no.
 5. pp. 29-35, Oct. 2013.
- [4] J. B. Ko, S. S. Kim, Y. S. Park, S. D. Yi, K. B. Baek, and S. H. Suh, "A study on the mechanical characteristic of elastomeric o-ring compressed and highly pressurized," *Journal of the Korean Society for Precision Engineering (in Korean)*, vol. 36, no. 8, pp. 721-728, Aug. 2019.
- [5] K. J. Shin, B. H. Lim, S. H. Lee, and S. M. Choi, "FEA of Beam-Column Connection with Bolted Web," *Journal of Korean Society of Steel Construction (in Korean)*, vol. 23, no. 3, pp. 305-316, Jun. 2011.
- [6] S. S. Ahn, S. R. Kim, H. S. Park, Y. G. Kang, J. M. Koo, and C. S. Seok, "Evaluation of fatigue characteristics of rubber for tire using strain energy density," *Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers-A (in Korean)*, vol. 36, no. 10, 10.3795/KSME-A.2012.36.10.1163.
- [7] K.-M. Hwang, J.-S. Oh, and H.-Y. Lee, "Enhanced spherical indentation techniques for rubber property evaluation," *Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers-A (in Korean)*, vol. 33, no. 12, pp. 1357-1365, Dec. 2009.
- [8] Dassault system Korea blog, http://blog.naver.com/PostView .nhn?blogId=3dskorea&logNo=220684243165.
- [9] H. Lee, D. W. Kim, J. H. Lee, and S. H. Nahm. "Software and hardware development of micro-indenter for material property evaluation of hyper-elastic rubber," *Transactions* of the Korean Society of Mechanical Engineers-A (in Korean), vol. 28, no. 6, pp. 816-825, Jun. 2004.
- [10] T. J. Pence and K. Gou, "On compressible versions of the incompressible neo-Hookean material," *Mathematics and Mechanics of Solids*, vol. 20, no. 2, pp. 157-182, 2015.
- [11] M. S. Jung, D. W. Shin, D.-W. Lim, "Development of a Forward Head Posture Warning System for PC Users by Using Artificial Intelligence Algorithms," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 26, no. 5, pp. 355-362, May 2020.
- [12] C. Kim, J. Seo, D. Lee, J. Chu, and O. Kwon, "Deep learning based customized autonomous emergency braking system parameter extraction," *Journal of Institute of Control*,

Robotics and Systems (in Korean), vol. 25, no. 8, pp. 671-676, Aug. 2019.

- [13] A. Bower, Applied Mechanics of Solids, CRC Press, 2009.
- [14] R. W. Ogden, Non-Linear Elastic Deformations, Dover Publications, 1997.
- [15] M. Shahzad, A. Kamran, M. Z. Siddiqui, and M. Farhan, "Mechanical characterization and fe modelling of a hyperelastic material," *Materials Research*, vol. 18, no. 5, pp. 918-924, Aug. 2015.
- [16] R. S. Rivlin and D. W. Saunders, "Large elastic deformations of isotropic materials VII. Experiments on the deformation of rubber," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences*, vol. 243, no. 865, pp. 251-288, Apr. 1951.
- [17] B. K. Seong, H. K. Seo, and D. H. Kim, "Selection and verification of 3d finite element method model for silicone foot sensor with low detection pressure," *Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers-A (in Korean)*, vol. 38, no. 11, pp. 1299-1307, Nov. 2014.
- [18] B. K. Seong, H. K. Seo, J. W. Lee, A.-R. Kwon, and D. H. Kim, "Sensitivity control and design of the silicone foot sensor using FEM," *Journal of the Korean Society for Precision Engineering (in Korean)*, vol. 31, no. 11, pp. 1041-1050, Nov. 2014.



두 국 진

2018년 서울과학기술대 기계공학과 학 사. 2020년 동 대학원 석사. 2020년~현재 언맨드솔루션 선행기술연구소 연구원. 관심분야는 시스템 설계, 전산 구조 해석, 동역학 해석, 머신러닝.



김 진 현

1998년 포항공과대학교 기계공학과 학 사. 2000년 포항공과대학교 기계공학과 석사. 2005년 포항공과대학교 기계공학 과 공학박사. 2005년~2007년 한국생산기 술연구원 선임연구원. 2007년~현재 서울 과학기술대학교 기계자동차공학과 교수.

관심분야는 Redundant Manipulator, Underwater robots, Hovering robots, Neuro Robotics.